

– Übungsblatt 7 –
allgemeine Lösung der LGS

Aufgabe 1

Gegeben sei das Gleichungssystem :

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 1 \\ -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 2 \end{cases}$$

1. Schreiben Sie dieses System in die Matrixform $Ax = b$
2. Geben Sie eine spezielle und die allgemeinen Lösung des Gleichungssystems an.
3. Geben Sie drei linear unabhängige Lösungen des zugehörigen homogenen Systems an. (*Hinweis: das homogene System $Ax = 0$ bekommt man, indem man die rechte Seite auf 0 setzt*)
4. Können vier Lösungen dieses homogenen Systems linear unabhängig sein? Begründen Sie.

Aufgabe 2

1. Bringen Sie folgende Matrizen in die Treppenform U :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & 8 & 8 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Welches sind die freien und die Pivot Variablen ?

2. Bestimmen Sie für die Matrizen A und B eine spezielle Lösung für jede freie Variable.

Aufgabe 2

Eine 3×3 Matrix A hat die Eigenwerte 0, 1, 2. Bestimmen Sie folgendes (bitte mit Erklärung!):

1. den Rang von A
2. die Determinante von $A^T A$
3. die Eigenwerte von $(A + I)^{-1}$ (*Hinweis : Schreiben Sie die Bedingung, damit μ Eigenwert von $(A + I)^{-1}$ ist anhand der Determinanten, dann multiplizieren Sie links mit $\det(A + I)$ und benutzen Sie die Eigenschaft, dass $\det X \det Y = \det(XY)$)*