

– Übungsblatt 2 –
Mathematische Logik

Aufgabe 1

a. Beweisen Sie anhand einer Wahrheitstabelle folgende Assoziativgesetze:

$$(A \wedge B) \wedge C \iff A \wedge (B \wedge C) \quad (1)$$

$$(A \vee B) \vee C \iff A \vee (B \vee C) \quad (2)$$

b. Beweisen Sie die Abtrennregel:

$$(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B \quad (3)$$

c. Zeigen Sie, dass dagegen die folgende Implikation **nicht** gilt:

$$(B \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow A \quad (4)$$

Aufgabe 2

Wir betrachten folgende Aussagen:

1. $A : \iff$ "Wer von der Quantenmechanik nicht schockiert ist, der versteht sie nicht" (Nils Bohr)

2. $B : \iff$ "Niemand versteht die Quantenmechanik" (Richard Feynman)

Untersuchen Sie, ob $A \wedge B \Rightarrow$ "Niemand ist von der Quantenmechanik schockiert"

(Hinweis: Benutzen Sie dazu Ergebnisse aus der Aufgabe 1.c!)

Aufgabe 3

Verneinen Sie folgende Aussage:

$$\forall x \in X, \exists y \in Y : \forall z \in Z : x \cdot y < z$$

wobei X, Y, Z Teilmengen von \mathbb{R} sind.

Aufgabe 4

Beweisen Sie anhand einer vollständigen Induktion, dass

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : \sum_{i=1}^n (2i-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$$