Studiengang Molekulare Biotechnologie
Mathematik A
Wintersemester 2019/2020
Carl Herrmann

– Übungsblatt 5 –
Matrizen und lineare Gleichungssysteme

Aufgabe 1

Gegeben sei ein Satz von *linear unabhängigen Vektoren* $\vec{v_1}, .., \vec{v_r}$. Zeigen Sie, dass wenn ein weiterer Vektor $\vec{v_0}$ mit allen Vektoren $\vec{v_1}, .., \vec{v_r}$ orthogonal ist, der Satz $\vec{v_0}, \vec{v_1}, .., \vec{v_r}$ auch linear unabhängig ist.

Hinweis: zeigen Sie, dass gilt: $\lambda_0\vec{v_0} + \lambda_1\vec{v_1} + \ldots + \lambda_r\vec{v_r} = \vec{0} \Rightarrow \lambda_0 = \lambda_1 = \ldots = \lambda_r = 0$ *unter Benutzung der Eigenschaft* $\vec{v_0} \cdot \vec{v_i} = 0 (i = 1, \ldots, r)$

Aufgabe 2

Welche Dimension hat der Unterraum von $\mathbb{R}^3$, der von folgenden Vektoren aufgespannt wird :

1. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
3. alle Vektoren mit positiven Komponenten

Aufgabe 3

Das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ (A ist eine 3×3 Matrix) hat die Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ als Lösungen. Finden Sie eine weitere Lösung!

(Hinweis: dazu sollte man benutzen, dass die Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, x \to Ax$*, also die Multiplikation eines Vektors mit einer Matrix, eine lineare Abbildung ist. Was ist dann* $A(\lambda x + \mu y)$*?*