Studiengang Molekulare Biotechnologie
Mathematik A
Wintersemester 2019/2020
Carl Herrmann

– Übungsblatt 3 –
Mengen und Abbildungen

Aufgabe 1

Beweisen Sie folgende Implikation. Benutzen Sie dazu die Kontraposition!

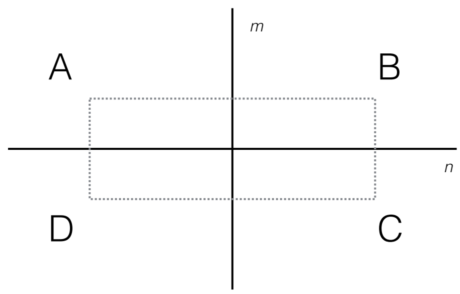
$$A \setminus B = B \setminus A \quad \Rightarrow \quad A = B \tag{1}$$

Aufgabe 2:

Überprüfen Sie, ob die Menge der Operationen, die ein Rechteck auf sich selbst abbilden eine Gruppe bildet; dabei handelt es sich um die Symmetrien S_n, S_m um beide Axen, und die Rotationen um 0 oder 180 Grad D_0, D_{180}:

$$M = \{S_n, S_m, D_0, D_{180}\} \tag{2}$$

Die Verknüpfung $\circ$ besteht aus der Kombination zweier Operationen.



Aufgabe 3:

Bestimmen Sie die Definitionsmenge $D \subset \mathbb{R}$ und die Bildmenge $B \subset \mathbb{R}$ folgender Abbildungen (Funktionen), deren Zielmenge $\mathbb{R}$ ist. Skizzieren Sie diese in einem rechtwinkligen Koordinatensystem und geben Sie an, ob sie injektiv, surjektiv oder bijektiv sind.

1. $f_1(x) = 10$
2. $f_2(x) = x^2 + 2$
3. $f_3(x) = x^3$
4. $f_4(x) = \sqrt{x}$
5. $f_5(x) = |x| - x$
6. $f_6(x) = (sgn(x))^2$ wobei $sgn(x) = 1$ wenn $x \geq 0$ und $sgn = -1$ wenn $x < 0$

Aufgabe 4: Gegeben sind folgende Vektoren : $\vec{a} = (1, 2, -3), \vec{b} = (2, 1, 1), \vec{c} = (-1, 0, 3)$.

a. Berechnen Sie *falls möglich* folgende Ausdrücke:

1. $\vec{a} + (\vec{b} - \vec{c})$
2. $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c})$
3. $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$
4. $(\vec{a} \cdot \vec{b}) - \vec{c}$
5. $\frac{\vec{a}}{||\vec{b}+\vec{c}||}$
6. $\frac{\vec{a}}{(\vec{b}+\vec{c})}$
7. Berechnen Sie den Winkel $\alpha(\vec{a}, \vec{b})$, $\theta(\vec{a}, \vec{b} + \vec{c})$

b. Bestimmen Sie die Vektoren der Länge 7, die rechtwinkelig zu den Vektoren $\vec{a} = (1, 2, 0)$ und $\vec{b} = (0, 1, 1)$ sind.