

– Übungsblatt 13 –
Reihen - Taylor Entwicklung

Hinweis: wir benutzen den Punkt und nicht das Komma als Dezimaltrenner. π ist daher ungefähr 3.14, und nicht 3,14 ...

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Form der Summenglieder $a_n x^n$ der folgenden Potenzreihen und bestimmen Sie den Konvergenzradius r :

$$(a) P(x) = x + x^3 + x^5 + \dots \quad (b) P(x) = 1 - 2x + 4x^2 - \dots$$
$$(c) P(x) = x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + \dots \quad (d) P(x) = \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^3}{3^2} + \frac{x^4}{4^2} + \dots$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie den Grenzwert folgender Reihen:

- $\frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \dots$
- $0.1 + \frac{1}{2!}(0.01) + \frac{1}{3!}(0.001) + \dots$

Aufgabe 3

1. Bestimmen Sie die Taylor-Reihenentwicklung der Funktion $f(x) = 1/\sqrt{x+1}$ bei $x = 0$ (bis zum Grad 3)
2. Bestimmen Sie die Taylor Reihenentwicklung und den Konvergenzradius der Funktionen
 - $f(x) = 1/(1 - 4x)$ bei $x = 0$
 - $f(x) = e^{1-x}$ bei $x = 0$

Aufgabe 4

Berechnen Sie durch lineare Approximation $f(x) \sim f(a) + f'(a)(x - a)$ folgende Werte:

$$\begin{array}{ll} (2.001)^4 & \sin(0.02) \\ \cos(0.03) & (15.99)^{1/4} \\ 1/0.98 & \sin(3.14) \end{array}$$

Geben Sie in jedem Fall an, was die Funktion $f(x)$ ist, und was der gewählte Wert a ist. Bestimmen Sie den Fehler mithilfe eines Taschenrechners.