

– Übungsblatt 4 –
Komplexe Zahlen - trigonometrische Funktionen

Aufgabe 1

1. Zeigen Sie für 2 allgemeine komplexe Zahlen u und v , dass $|uv| = |u| \cdot |v|$ und $|u + v| \leq |u| + |v|$
2. Schreiben Sie $z = 3 - 8i$ in trigonometrischer Form (also als $z = re^{i\theta}$); schreiben Sie in trigonometrischer Form eine Zahl u die einen negative imaginären Teil hat und die Bedingung $u^2 = z$ erfüllt.
3. Welche Punktmengen in der komplexen Ebene sind durch folgende Gleichungen definiert:

(a) $\operatorname{Im}(z) = |z|$

(b) $z = |z|$

(c) $z = \bar{z}$

(d) $|z| = 3$

(e) $|z + 3 - 4i| > 5$

(f) $\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^2 = -1$

Aufgabe 2

Bringen Sie folgende Zahlen in die Form kartesische Form (setzen Sie $z = a + ib$):

1. $z_1 = z + \frac{1}{\bar{z}}$ mit $z \in \mathbb{C}^*$
2. $z_2 = \bar{z}^2 + \frac{1}{z^2}$ mit $z \in \mathbb{C}^*$

Aufgabe 3

Berechnen Sie/vereinfachen Sie folgende Ausdrücke

1. $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)}$

2. $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$