Studiengang Molekulare Biotechnologie
Mathematik A
Wintersemester 2019/2020
Carl Herrmann

– Übungsblatt 6 –
Lösung von LGS - inverse Matrizen - Determinanten

Aufgabe 1

Welche Matrizen E_{21}, E_{31}, E_{32} bringen die Matrix A in die obere Dreiecksform $E_{32}E_{31}E_{21}A = U$?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 4 & 6 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ergänzen Sie A um die Spalte $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ in eine sogenannte *erweiterte Matrix* A', und führen Sie das Eliminationsverfahren auf A' durch. Lösen Sie das komplette Gleichungssystem $Ax = b$

Aufgabe 2

Berechnen Sie die Determinanten der beiden Matrizen, indem Sie Zeilenoperationen durchführen, um die Matrizen in obere Dreiecksmatrizen umzuwandeln:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 6 & 6 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

Beschreiben Sie die Spaltenräume (Gerade oder Ebene) dieser 3 Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

Aufgabe 4

Für welche Vektoren (b_1, b_2, b_3) besitzen folgende Gleichungssysteme Lösungen :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$