Studiengang Molekulare Biotechnologie
Biostatistik - MoBi
Sommersemester 2018
Carl Herrmann

– Übungsblatt 2 –

Aufgabe 1 :

In einer Fabrik werden Joghurtbecher mit einem Inhalt von 100g befüllt. Dieser Wert wird mit einer Standardabweichung von 5g eingehalten. Wir betrachten das Gewicht X eines Bechers, das Normalverteilt ist.

1. Welcher Anteil der Becher wiegt zwischen 90 und 110g? *(Hinweis: benutzen Sie dazu die Z-Transformation und die Eigenschaften der SNV!)*

   Lösung: hier benutzen wir die Z-Transformation, um die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X "Gewicht eines Joghurtbechers" in eine SNV umzuwandeln:

   $$Z = \frac{X - 100}{5}$$

   Anhand dieser Transformation wandeln wir die Grenzwerte 90 und 110 um:

   $$90 \longrightarrow \frac{90 - 100}{5} = -2110 \longrightarrow \frac{110 - 100}{5} = +2$$

   Die ursprüngliche Frage lässt sich also umformulieren in "Welcher Anteil der Werte einer SNV liegen zwischen -2 und +2?". Wir wissen, dass dieser Anteil bei der SNV ungefähr 95% beträgt. Also liegt der gesuchte Anteil bei 95%.

2. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Becher schwerer als 110g ist?

   Lösung: auch hier benutzen wir die Z-Transformation:

   $$110 \longrightarrow \frac{110 - 100}{5} = +2$$

   Wenn 95% der Werte einer SNV zwischen -2 und +2 liegen, dann liegen 5% der Werte ausserhalb. Da die Verteilung symmetrische ist liegen 2.5% der Werte unter -2, und 2.5% der Werte über +2. Bei der ursprünglichen NV bedeutet das, dass 2.5% der Werte über 110 liegen.

3. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 zufällig untersuchten Bechern 3 mehr als 100g wiegen?

   Lösung: Da die Verteilung symmetrisch ist mit Erwartungswert 100 ist die Wahrscheinlichkeit, ein höheres Gewicht als 100 zu haben bei 50%. Die Frage lässt sich anhand einer Binomialverteilung beantworten, wo die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses $p = 0.5$, und die Anzahl der Versuche $n = 10$ ist.

   $$P(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \longrightarrow P(k=3) = \binom{10}{3} 0.5^3 (1-0.5)^{10-3} = \binom{10}{3} 0.5^{10} = 0.117$$

   dann ist

   $$P(k \geq 3) = 1 - P(k < 3) = 1 - P(k=0) - P(k=1) - P(k=2) = 94\%$$

Aufgabe 2 :

In einem Geschäft werden im Schnitt 4 Handys pro Tag verkauft. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass innerhalb von 2 Tagen 8 oder 9 verkauft werden, wenn der Absatz durch eine Poisson-Verteilung beschrieben werden kann.

Lösung: Wenn die Verkaufsrate 4 Handys pro Tag ist, dann ist sie auch $\lambda = 8$ Handys pro 2 Tage. Wir betrachten eine Poissonverteilung:

$$P(k = 8) = \frac{\lambda^8}{8!}e^{-\lambda} = 12\% P(k = 9) = \frac{\lambda^9}{9!}e^{-\lambda} = 14\%$$

Aufgabe 3 :

Das Gewicht von Lämmern im Schlachtalter beträgt 40kg mit Standardabweichung 5kg. Die Regelung sieht ein minimales Schlachtgewicht vor, dass in 5% der Fälle unterschritten wird. Bestimmen Sie dieses minimale Schlachtgewicht.

Lösung: auch hier benutzen wir die Eigenschaften der SNV Z. 90% der Werte liegen zwischen -1.64 und +1.64, d.h. dass 5% der Werte unter -1.64 liegen. Der gesuchte kritische Wert ist also $Z_{min} = -1.64$. Wir benutzen jetzt die umgekehrte Z-Transformation, um auf die NV der Gewichte der Lämmer zu kommen:

$$X_{min} = 40 + Z_{min} * 5 = 40 - 1.64 * 5 = 31.8$$

.