Studiengang Molekulare Biotechnologie
Biostatistik - MoBi
Sommersemester 2018
Carl Herrmann

– Übungsblatt 3 –

Aufgabe 1

Ein Fußgänger möchte eine Strasse überqueren. Er braucht dazu $t = 20$ Sekunden. Der Verkehr wird mit einer Poissonverteilung modelliert, mit Parameter $\lambda = 5$ Autos/Minute. Der Fußgänger kann die Strasse nur dann überqueren, wenn in einem Zeitraum t kein Auto kommt.

1. Was ist die Wahrscheinlichtkeit, dass er sofort die Strasse überqueren kann?
2. in der Mitte der Strasse gibt es jetzt eine Insel für Fußgänger. Kann der Fußgänger dadurch schneller die Strasse überqueren?

Lösung: *1. die Rate λ wird in der Einheit Autos/Minute ausgedrückt. Wir ändern die Einheit in Autos/20 Sekunden:*

$$\lambda = 5/3 \quad \textit{Autos/20 Sekunden}$$

Wir berechnen jetzt die Wahrscheinlichtkeit, dass in t Sekunden $k = 0$ Autos kommen:

$$P(k = 0) = \frac{\lambda^0}{0!} e^{-\lambda} = e^{-5/3} \sim 19\%$$

2. Wenn in der Mitte der Strasse eine Inseln besteht dauert die Überquerung 2 Mal $t' = t/2$ Sekunden; dafür reduziert sich der Autofluß für jede Bahn auf $\lambda' = \lambda/2 = 5/2$ Autos/Minute. Umgerechnet auf $t' = 10$ Sekunden haben wir als Rate:

$$\lambda' = 5/12 \ \textit{Autos/10 Sekunden}$$

Die Wahrscheinlichtkeit, dass der Fußgänger die Strasse in einem Zug überqueren kann ist das Produkt der Wahrscheinlichkeit, dass auf der ersten Bahn kein Auto kommt UND auf der 2. Bahn auch kein Auto kommt:

$$P = P(k_1 = 0)P(k_2 = 0) = e^{-\lambda'} e^{-\lambda'} = e^{-5/6} \sim 43.5\%$$

Der Fußgänger kann also schneller die Fahrbahn überqueren!

Aufgabe 2

Eine Stichprobe von Menschen werden nach ihrer Körpergröße gefragt, und folgende Ergebnisse kommen dabei raus:

Körpergröße	Häufigkeit
1.50 - 1.60	1
1.60 - 1.70	5
1.70 - 1.80	49
1.80 - 1.90	53
1.90 - 2.00	15
2.00 - 2.10	1

1. Berechnen Sie den Mittelwert (nehmen Sie die Mitte des jeweiligen Intervalls als Richtwert)

   Lösung:

   $$m = 1.81371$$

2. Berechnen Sie die Stichprobenvarianz

   Lösung: *Die Stichprobenvarianz kann mit $\frac{1}{N}$ oder $\frac{1}{N-1}$ berechnet werden; da wir in der nächsten Frage diese benutzen, um die Varianz (bzw. Standardabweichung) der Population zu schätzen benutzen wir hier die 2. Formel:*

   $$s = 0.08098447$$

3. Berechnen Sie das 90% Konfidenzintervall anhand dieser Tabelle (Link)

   Lösung: *Bei $n = 124$ können wir die $t-$Verteilung mit 124-1 Freiheitsgraden mit der SNV approximieren. Bei der SNV liegt der kritische Wert für das 90% Konfidenzintervall bei* $t_{90} = 1.64$*; daher ist die Formel:*

   $$\begin{aligned} m - 1.64 \cdot \frac{s}{\sqrt{124}} \leq \quad \mu \quad &\leq m + 1.64 \cdot \frac{s}{\sqrt{124}} && (1) \\ 1.801783 \leq \quad \mu \quad &\leq 1.825637 && (2) \\ &&& (3) \end{aligned}$$

Aufgabe 3

Eine Kaffeemaschine soll Tassen mit $v = 100\,ml$ füllen. Eine Stichprobe von $n = 9$ Tassen ergibt folgende Werte: 104, 103, 107, 105, 102, 109, 105, 104, 106.

Liegt der Sollwert im 95% Konfidenzintervall?

Lösung: *Der Sollwert ist $v = 100ml$. Wir berechnen den Schätzer s der Standardabweichung:*

$$s = 2.12132$$

Der Mittelwert ist $m = 105$.

Der kritische Wert für die SNV für das 95% KI ist 1.96; Hier sollte aber der kritische Wert für die t-Verteilung mit 8 Freiheitsgraden benutzt werden: (Quantile der t-Verteilung), also $t_{95} = 2.306$ *(ein erheblicher Unterschied zum kritischen Wert für die SNV!). Das KI für den geschätzten Erwartungswert μ ist:*

$$\begin{aligned} m - 2.306 \cdot \frac{s}{\sqrt{9}} \leq \quad \mu \quad &\leq m + 2.306 \cdot \frac{s}{\sqrt{9}} \\ 103.3694 \leq \quad \mu \quad &\leq 106.6306 \end{aligned}$$

Der Sollwert v befindet sich also nicht im KI!