

– Übungsblatt 5 –

Aufgabe 1 :

Wir nehmen zwei Stichproben von jeweils 5 Mäusen aus einer EINHEITLICHEN Population von Mäusen deren Gewicht einen Erwartungswert $E(X) = 100g$ hat. Für alle Fragen nehmen wir einen Signifikanzwert von $\alpha = 0.05$ an.

Die erste Stichprobe ergibt folgende Werte:

$A : 100.85609, 99.94953, 101.34268, 100.46655, 100.67133$

Die zweite Stichprobe ergibt:

$B : 100.07080, 99.25386, 99.45042, 99.62351, 99.84373$

1. Was wäre die H_0 Hypothese für den 1-Proben T-test? Berechnen Sie für beide Stichproben die entsprechende Teststatistik.

Lösung:

H_0 : der Mittelwert der Stichprobe weicht nicht signifikant von dem Erwartungswert 100 ab. Die Teststatistik lautet $t = \frac{\bar{x} - E(X)}{\sigma/\sqrt{N}}$, wobei $\bar{x}_1 = 100.6572$, $\bar{x}_2 = 99.64846$, $s_1 = 0.5115623$, $s_2 = 0.3209568$. es ergibt sich

$$t_1 = 2.8728, t_2 = -2.4491$$

2. Bestimmen Sie den ungefähren P-Wert anhand folgender Tabelle (oder den exakten P-Wert mit den `t.test` Funktion in R)

Lösung:

$$p_1 = 0.04534, p_2 = 0.07051$$

Bei $\alpha = 0.05$ wäre der erste Test signifikant, der zweite nicht.

3. Was wäre die H_0 Hypothese für den 2-Proben T-test? Berechnen Sie die entsprechende Teststatistik für den ungepaarten T-test, und bestimmen Sie den P-Wert.
4. Berechnen Sie die Teststatistik für den gepaarten T-test, und bestimmen Sie den P-Wert.

Was wäre, wenn die gleichen 10 Mäuse sich durch Zufall so auf die beiden Stichproben verteilt hätten:

$A : 99.25386, 99.62351, 99.94953, 99.45042, 99.84373$

$B : 100.07080, 101.34268, 100.85609, 100.46655, 100.67133$

Was wäre das Ergebnis der T-tests in diesem Fall? Wird hier H_0 zu recht verworfen?

Aufgabe 2

Der Kaufpreis für Äpfel wird unter der Annahme vereinbart, dass 15% des Obstes unbrauchbar sind. Sollte die Qualität besser sein, so ist ein Preisaufschlag zu zahlen, ist sie schlechter, wird ein Nachlass

gewährt. Die Entscheidung wird nach folgender Regel getroffen: Sind von 50 zufällig ausgewählten Äpfeln mehr als 11 unbrauchbar, gibt es Preisnachlass, sind weniger als 5 unbrauchbar, so ist ein Preisaufschlag fällig.

1. Formulieren sie eine H_0/H_1 Hypothese
2. Welcher Test würde hier angewendet werden?
3. Wie groß ist das Risiko des Verkäufers, einen ungerechtfertigten Preisnachlass hinnehmen zu müssen? Benutzen Sie dazu **folgende Tabelle** oder eine entsprechende Funktion unter R.
4. Wie groß ist das Risiko des Käufers, einen ungerechtfertigten Preisaufschlag hinnehmen zu müssen?
5. Die Risiken für Preisaufschlag, bzw, -nachlass sollten unter 5% liegen. Wie muß dann die Entscheidungsregel lauten?

Aufgabe 3

Wir untersuchen 1000 Gene anhand eines statistischen Tests darauf, ob sie zwischen normalem und tumoralem Gewebe eine signifikant unterschiedliche Expression haben. Wir benutzen einen Signifikanzwert von $\alpha = 0.05$. Da wir aus anderen Studien wissen, welche Gene tatsächlich differentiell exprimiert sind können wir daraus die Wirksamkeit unseres statistischen Tests untersuchen:

| | nicht diff. exprimiert | diff. exprimiert |
|--------------|------------------------|------------------|
| $p < \alpha$ | 44 | 84 |
| $p > \alpha$ | 856 | 16 |

1. Was ist die H_0 Hypothese ?
2. Bestimmen Sie, welche dieser Zahlen falsch-Positive, wahre-Positive, falsch-Negative und wahre-Negative sind.
3. Bestimmen Sie die falsch-positiv Rate und vergleichen Sie diese mit α .
4. Bestimmen Sie die falsch-negativ Rate.
5. In welche Richtung ändern sich diese Zahlen, wenn $\alpha = 0.01$ gewählt würde ? Welche Raten ändern sich ?